

## JEDAN PRISTUP NORMALIZACIJI MATRICE PODATAKA U VIŠEKRITERIJUMSKOJ ANALIZI

Zoran Marković  
JP PTT saobraćaja "Srbija"

**Sadržaj:** *Ovaj rad se bavi postavkom i normalizacijom matrice podataka prilikom rešavanja zadataka višekriterijumske analize. Cilj je da se zadrže, u što većoj meri, sve početne informacije i njihov relativan odnos. Pokazaće se da je od posebnog značaja način na koji se vrši normalizacija matrice podataka, kako bi se zadržao relativan odnos argumenata prilikom transformacije matrice podataka.*

**Ključne reči:** *višekriterijumski zadatak, kriterijum, atribut, normalizacija, preslikavanje.*

### 1. Uvod

U nekoliko predhodnih dekada višekriterijumska analiza, veoma intenzivno, ulazi u sveru poslovne prakse i postaje značajan menadžerski alat za rešavanje složenih realnih poslovnih problema. Sa druge strane, teorija u ovoj oblasti pokušava da nađe efikasnije metode za pronalaženje optimalnih rešenja na bazi suprotstavljenih kriterijuma, izazivajući stručne polemike oko toga koje su metode za koje vrste problema bolje i pouzdanije. Zapravo, problem je u tome što svaki višekriterijumski zadatak u sebi ima dosta elemenata neizvesnosti, bez obzira da li se radi o zadatku koji operiše sa kriterijumima kvalitativne prirode, pri čemu su vrednosti atributa subjektivne procene menadžera, ili pak ako su svi kriterijumi egzaktni pa je tada subjektivnost menadžera prisutna kod određivanja težinskih koeficijenata.

Rad je organizovan na sledeći način: Daće se tipičan primer višekriterijumskog zadatka koji podrazumeva polazni skup podataka predstavljen u obliku matrice odlučivanja i njene dalje transformacije kako bi se mogla primeniti neka od metoda višekriterijumske analize. Međutim, zanemaruje se činjenica da prilikom transformacije matrice podataka dolazi do izobličavanja početnih vrednosti, kao nosilaca informacije, i njihovih relativnih odnosa. Ovaj rad pokušava da ukaže na probleme koji nastaju prilikom transformacija matrice podataka i ponudi mogući pristup za njihovo prevazilaženje.



koriste skale od 1-9 jer obično nisu poznati ekstremi atributa za posmatrani kriterijum. Sledeća tabela pokazuje jedan od načina prevođenja kvalitativnih atributa u kvantitativne.

Kval. ocena	loš	dobar	prosečan	Vrlo dobar	odličan	Tip kriterijuma
Kvant. ocena	1	3	5	7	9	Max
	9	7	5	3	1	Min

Tabela 1. Primer kvantifikacije lingvističkih izraza

Matrica odlučivanja postaje kvantifikovana po svakom kriterijumu i takvu matricu nazivamo kvantifikovana matrica odlučivanja  $O_1$ .

Da bi se zadatak mogao rešavati potrebno je izvršiti normalizaciju vrednosti atributa, odnosno izvršiti "ujednačavanje" ili "učiniti attribute bezdimenzionalnim", što znači da se vrednosti atributa svedu na interval 0-1. Normalizacija kvantifikovane matrice  $O_1$ , može se vršiti na dva načina i to:

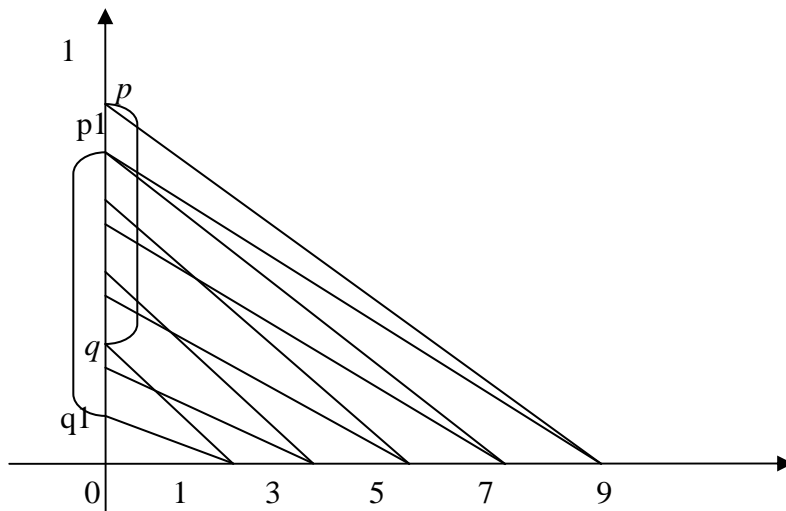
- Vektorskom normalizacijom, i
- Linearnom normalizacijom

Vektorska normalizacija se vrši tako što se svaki element kvantifikovane matrice odlučivanja podeli sa svojom normom. Norma predstavlja kvadratni koren zbira kvadrata vrednosti elemenata po svakom kriterijumu.

Postupak je sledeći: za svaku j-kolonu matrice odlučivanja izračunava se norma kao:

$$norma_j = \sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}; (j = 1, \dots, n)$$

Gde je  $x_{ij}$  - vrednost j-tog atributa za  $i$ -tu alternativu.



Slika 1. Preslikavanje profitnih i troškovnih kriterijuma prilikom vektorske normalizacije.

Elementi nove normalizovane matrice odlučivanja R su  $r_{ij}$  i izračunavaju se na sledeći način:

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\text{norma}_j} \quad (j = 1, \dots, n) \text{ za kriterijume mah tipa}$$

$$r_{ij} = 1 - \frac{x_{ij}}{\text{norma}_j} \quad (j = 1, \dots, n) \text{ za kriterijume min tipa}$$

Dakle, atributi profitnih kriterijuma (slika 1.) se preslikavaju na interval  $q - p$  tako da je  $q \geq 0 \wedge p \leq 1$ , odnosno troškovni kriterijum se preslikava na interval  $q_1 - p_1$  gde je  $q_1 \geq 0 \wedge p_1 \leq 1$ . Pri tome atribut prilikom vektorske normalizacije može da ima graničnu vrednost 0 samo u specijalnim slučajevima kada je vrednost atributa, za profitni kriterijum,  $x_{ij} = 0$  pre normalizacije, dok će druga granična vrednost 1 praktično biti nedostižna za profitne kriterijume već samo za troškovne kriterijume i to u pomenutom specijalnom slučaju. U

praksi se retko dešava da atribut ima vrednost 0 tako da se svi atributi nalaze u intervalu 0-1 ne uključujući granične vrednosti.

Linearna normalizacija atributa se, u zavisnosti od tipa kriterijuma, vrši tako što se vrednost atributa deli maksimalnom vrednošću atributa za dati kriterijum, kada je u pitanju kriterijum tipa max, odnosno dopnom do 1 za dati kriterijum tipa min.

Dobija se normalizovana matrica odlučivanja  $R$  sa elementima:

Za kriterijume tipa max

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j^*}; x_j^* = \left\{ x_j \mid \max_i x_{ij} \right\}; i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$$

i. Za kriterijume tipa min

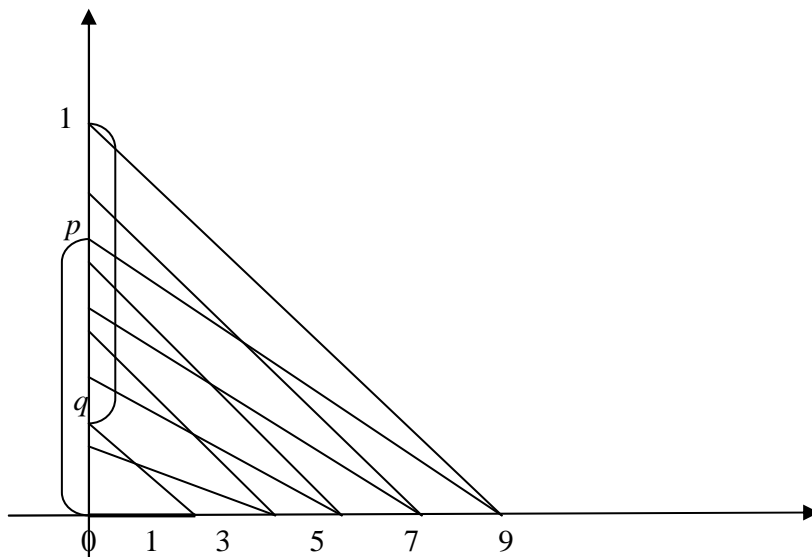
$$r_{ij} = 1 - \frac{x_{ij}}{x_j^*}; x_j^* = \left\{ x_j \mid \max_i x_{ij} \right\}; i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$$

Primećujemo da se, kod linearne normalizacije, dobija bar jedan atribut za profitni kriterijum koji ima vrednost 1-gornji ekstrem, odnosno bar jedan atribut za troškovni kriterijum koji ima vrednost 0-donji ekstrem. Moguće je da atribut primenom linearne normalizacije uzme vrednost 0 za profitni kriterijum, odnosno 1 za troškovni kriterijum samo ako je početna vrednost atributa  $x_{ij} = 0$ . Kada se dobije normalizovana matrica odlučivanja potrebno je utvrditi koeficijente relativne važnosti kriterijuma  $w_j; j = 1, 2, \dots, n$  koje se takođe normalizuju, tako da je:

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

Relativna važnost kriterijuma je bitan deo postavke višekriterijumskog zadatka jer se na taj način uspostavlja odnos između kriterijuma koji, po pravilu, nisu iste važnosti. Relativne važnosti kriterijuma zavise od subjektivne procene DO (donosioc odluke) i u velikoj meri utiču na konačan rezultat. Množenjem svakog elementa normalizovane matrice  $r_{ij}$  sa pripadajućim težinskim koeficijentom  $w_j$  dobijamo konačnu matricu odlučivanja  $V$  gde se primenjuje neka od metoda rešavanja višekriterijumskih zadataka. Elementi matrice odlučivanja  $V$  su:

$$v_{ij} = w_j r_{ij}; i = 1, 2, \dots, m; j = 1, 2, \dots, n$$



Slika 2: Preslikavanje troškovnih i profitnih kriterijuma prilikom linearne normalizacije.

Izbor metode za rešavanje višekriterijumskog zadatka zavisi od složenosti zadatka i od toga kakav se rezultat želi (rang alternativa, najbolja alternativa, skup zadovoljavajućih alternativa ...).

### 3. Kritički osvrt na vektorsku normalizaciju

Normalizacija matrice podataka ima za cilj da atribute, koji opisuju određene kriterijuma, učine bezdimenzionalnim, a da pri tome zadrže informaciju o relativnim odnosima između početnih vrednosti atributa. Zapravo, normalizovani atribut treba da predstavlja meru dostizanja prema ekstremnim vrednostima za dati kriterijum.

Ako je tako, onda se postavlja pitanje: da li su ekstremne vrednosti argumenata za posmatrani kriterijum zaista ekstremi za taj kriterijum? To je uočljivo naročito kod kvalitativnih kriterijuma kada se ocene daju u nekoj skali vrednosti i kada argumenti uzimaju vrednosti iz te skale tako da nisu uključeni ekstremi skale koja se koristi. Takođe se može pokazati i na primeru egzaktnih kriterijuma da je često moguće za ekstrem po kriterijumu uzeti druge vrednosti od vrednosti koje imaju argumenti u matrici podataka. Na primer: uzmimo kriterijum kapacitet hard diska kod izbora računara. Ako na tržištu postoje kapaciteti diska od 200 Gb a u zadatku imamo alternative koje imaju hard diskove kapaciteta od 80 do 160 Gb, onda se postavlja pitanje u odnosu na koju vrednost tražimo meru dostizanja 160 Gb ili 200 Gb.

Dakle, potrebno je da se u višekriterijumskom zadatku po svakom kriterijumu definišu ekstremi kako bi se u odnosu na njih, u postupku normalizacije, tražio reletivan odnos i na taj način kvalitetnije zadržale početne informacije u zadatku.

Po mišljenju autora, nedostatak vektorske normalizacije jeste i činjenica da se, kod višekriterijumskih zadataka sa većim brojem alternativa, vrši sužavanje intervala koje vrednosti argumenata dobijaju i smanjivanje vrednosti gornje granice, odnosno sve vrednosti su bliže 0. To je logično jer povećanjem broja alternativa povećava se vrednost norme pa su iz tih razloga normalizovane vrednosti argumenata srazmerno manje. Tu se takođe može postaviti pitanje samerivosti argumenata dva ili više različitih kriterijuma i njihovih relativnih odnosa. Uzmimo za primer dva kriterijuma kvalitativne prirode za koje ocene dajemo u jedinstvenoj skali od 1-10, kako sledi u narednoj tabeli 2. U istoj tabeli su date vrednosti argumenata posle vektorske normalizacije. Uočavamo da je kvalitativna ocena drugog kriterijuma za alternativu 3 značajno niža od bilo koje ocene prvog kriterijuma, a da je vrednost argumenta posle normalizacije nadvisila sve vrednosti argumenata prvog kriterijuma. Nije sporno da se zadržao relativan odnos između vrednosti argumenata drugog kriterijuma ali kada se dalje transformiše matrica podataka množenjem sa težinskim koeficijentima onda drugi kriterijum u odnosu na prvi dobija više na značaju, čime se remeti relativan odnos između kriterijuma i redefiniše odnos težinskih koeficijenata.

	Kriter. 1	Kriter. 2	Vr.nor. 1	Vr.nor. 2
Alternativa 1	7	2	0,5025	0,3717
Alternativa 2	8	3	0,5743	0,5576
Alternativa 3	9	4	0,6460	0,7434

Tabela 2. Vektorska normalizacija atributa

#### 4. Kritički osvrt na linearnu normalizaciju

Linearna normalizacija uspostavlja relativni odnos argumenata tako što uspostavlja meru dostizanja argumenta sa najvećom vrednošću za profitne kriterijume, odnosno dopunom do 1 za troškovne kriterijume. Kod linearne normalizacije uočavaju se drugi nedostaci. Opet se postavlja pitanje da li tražiti meru dostizanja u odnosu na atribut sa najvišom vrednošću ili odrediti vrednost ekstrema pa onda tražiti relativan odnos svih argumenata za dati kriterijum prema takvoj vrednosti? To je posebno značajno za kvalitativne kriterijume gde treba tražiti odnos ocena prema ekstremima u skali za kvantifikovanje.

Kod linearne normalizacije bar jedan atribut ima vrednost 1, dok se vrednosti drugih argumenata približavaju toj graničnoj vrednosti kada se radi o argumentima sa visokim polaznim vrednostima. Na primer, ako imamo kriterijum cena i radi se o skupim proizvodima, onda će sve vrednosti normalizovanih argumenata biti blizu ili jednake vrednosti 1. Relativan odnos između argumenata će se zadržati ali opet imamo situaciju da se mogu poremetiti relativni odnosi između takvog kriterijuma i drugih kriterijuma istog višekriterijumskog zadatka. Takođe, nedostatak linearne normalizacije predstavlja

normalizacija troškovnih kriterijuma kada se vrednosti argumenata kreću od 0 do neke vrednosti manje od 1, tako da se opet gubi početna informacija o relativnim odnosima između kriterijuma, pa se posle množenja elemenata normalizovane matrice sa težinskim koeficijentima delimično gube početne informacije.

### 5. Korektno preslikavanje argumenata

Da bi se sačuvala maksimalna početna informacija u toku daljeg rada, nakon normalizacije matrice podataka, potrebno je izvršiti što je moguće korektnije preslikavanje međusobnih odnosa argumenata svih kriterijuma simultano na interval vrednosti 0-1. Polazi se, u ovom pristupu, od premise da je potrebno, pre normalizacije, uraditi dve stvari.

Prvo: kvantifikaciju kvalitativnih atribura vršiti u skali vrednosti od 0-10.

Drugo: za svaki kriterijum opredeliti vrednosti za gornji ekstrem  $x_j^+$  i donji ekstrem poređenja  $x_j^-$ . Odabrani ekstremi moraju ispuniti sledeće uslove:

$$x_j^+ \geq \max(x_{ij}); j = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$x_j^- \leq \min(x_{ij}); j = 1, 2, 3, \dots, n, \text{ za kriterijume profitnog tipa i}$$

$$x_j^+ \leq \min(x_{ij}); j = 1, 2, 3, \dots, n$$

$$x_j^- \geq \max(x_{ij}); j = 1, 2, 3, \dots, n, \text{ za kriterijume troškovnog tipa.}$$

Za kvalitativne attribute sledi:  $x_j^+ = 10$  i  $x_j^- = 0$

Zatim se prelazi na normalizaciju argumenata po sledećoj formuli:

$$r_{ij} = \frac{x_{ij} - x_j^-}{x_j^+ - x_j^-}; i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$$

Na ovaj način se zadržava relativan odnos svih argumenata u matrici podataka i maksimalno zadržavaju sve početne informacije višekriterijumskog zadatka. Množenjem ovako normalizovanih argumenata sa težinskim koeficijentima dobijamo konačnu matricu podataka na koju primenjujemo neku od metoda višekriterijumske analize.



## 6. Zaključak

Prilikom rešavanja realnih problema menadžeri su prinuđeni da koriste metode višekriterijumske analize jer su ti problemi takvi da postoje suprotstavljeni interesi i konflikti između kriterijuma na osnovu kojih se donosi odluka o izboru rešenja. Rešenje će u velikoj meri zavistiti od same postavke problema, subjektivnosti menadžera i njegovih vrednosnih sudova, ali i od metoda kojim će se postavljene zadatke rešavati.

Međutim, pre izbora metode za rešavanje višekriterijumskog zadatka potrebno je sva saznanja o problemu sistematizovati u matricu odlučivanja i izvršiti njenu transformaciju u matricu podataka prilagođenu za primenu izabrane metode. U tom smislu ovaj rad je dao kritički osvrt na transformaciju matrice podataka sa posebnim osvrtom na načine normalizacije argumenata, ukazujući na pojedine nedostatke metoda koje su u primeni. U radu se daju zapažanja o manjkavostima kod postojećih načina normalizacije argumenata matrice podataka i razvija novi pristup normalizacije tako što svi argumenti matrice podataka postaju međusobno samerivi, zadržavajući međusobne relativne odnose.

## Literatura

- [1] Čupić.M., Suknović.M., Višekriterijumsko odlučivanje:formalni pristup, FON, Beograd 2003.
- [2] Čupić.M., Tummala .V.M.Rao, Suknović.M., ODLUČIVANJE: formalni pristup, FON,Beograd 2003.
- [3] Dimitrijević.B.,Popović.M. , " A new fuzzy TOPSIS method", 24<sup>th</sup>. Yugoslav Conference of Operations Research, Bečići , 1997.
- [4] Grupa autora, Menadžment, FON, Beograd, 1996.
- [5] Hwang.C.L. and Yoon.K.P, Multiple Attribute Decision Making, Methods and Applications, Springer-Varlag, Berlin , Heidelberg, New York, 1981.
- [6] Pavličić.D., "Normalisation Affectes the Results of MADM Methods", YJOR,11(2001), No 2, 251-265.
- [7] Pavličić.D., "Normalisation of Affecte Values in MADM Violates the Conditions of Consistent Choice IV, DI and ALFA" , YJOR,10(2000), No 1, 109-122.
- [8] Pedrycz.W.,and Gomide.F., An INTRODUCTION TO FUZZY SETS- Analysis and desing, Massachusetts Institute of Technology, London 1998.
- [9] Petrović.S., Petrović.R., and Radojević.D., "A Contrabution to the Aplication of fuzzy logic to multicriteria ranging", XIV EURO Conference, Jerusalem, 1995.

**Abstract:** *This paper describes the setting and normalization of data matrix in the course of resolving the multi-criteria analysis tasks. The aim is to maintain as much of the initial information and their relative relations. It will become evident that the manner in which normalization of data matrix is performed in order to maintain the relative relation of arguments in the course of data matrix transformation, is of considerable importance.*

**Key words:** *multi-criteria task, criterion, attribute, normalization, copying.*

**ONE OF THE APPROACHES TO THE NORMALIZATION OF THE  
DATA MATRIX IN MULTI-CRITERIA ANALYSIS**

Zoran Markovic